Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

Semester: Sommersemester 2018

FSP-Teilprüfung: Mathematik W2

Datum: 18.06.2018

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion $f(x,y)=2^{x-1}\cdot(y+1)\quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}^2$.

a) Bestimmen Sie alle ersten und zweiten Ableitungen *(8 Punkte)*.

b) Zeichnen Sie die Niveaulinien zu den Niveaus $\overline{z}=0$ und $\overline{z}=1$ im Bereich $x\in[-2;3]$ *(4 Punkte)*.

Aufgabe 2

Kreuzen Sie bei den Aussagen jeweils „Ja“ oder „Nein“ an.

- +1 Punkt für jede richtige Antwort,
- -1 Punkt für jede falsche Antwort,
- 0 Punkte für jede fehlende Antwort,
- Minimumpunktzahl für die Gesamtaufgabe: 0 Punkte.

Aussage		
Die Elastizität von $f(x)=e^x$ an der Stelle $x=1$ ist gleich 1.	**Ja**	
	Nein	
$L(\lambda,x,y)$ hat ein Minimum an x_0,y_0 mit λ_0, wenn $L'_\lambda(\lambda_0,x_0,y_0)=0\wedge$ $L'_x(\lambda_0,x_0,y_0)=0\wedge L'_y(\lambda_0,x_0,y_0)=0\wedge \det H^*(\lambda_0,x_0,y_0)<0$.	**Ja**	
	Nein	
Wenn $\det A\cdot\det B<0$ gilt, ist eine der beiden Matrizen singulär.	**Ja**	
	Nein	
$f(x)=(x-1)^3$ hat an $x=1$ eine Wendestelle von streng konkav zu streng konvex.	**Ja**	
	Nein	
$f(x,y)=(x-1)^2\cdot(y+2)^2$ hat ein Maximum an $x=1,\ y=-2$.	**Ja**	
	Nein	

Für $f(x)=\ln(-x), g(x)=-\ln(x)$ und $h(x)=-\ln(-x)$ gilt $f''(x)=g''(x)=h''(x)$.	**Ja**	
	Nein	
$f(x)=\ln(x)-x$ hat an $x=2$ die Tangente $y=\frac{1}{2}\cdot x-0{,}31$.	**Ja**	
	Nein	
Für die 5 Beobachtungswerte 1; 1; 2; 3; 4 gilt: $x_{\text{mod}}=1$.	**Ja**	
	Nein	
Für die Matrix A kann man immer $A\cdot A^T$ berechnen.	**Ja**	
	Nein	
$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-3\cdot x}{x^2-x^3}=0$	**Ja**	
	Nein	
$f(x)=x^5-x^4+x \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ hat kein globales Minimum.	**Ja**	
	Nein	
$f(x)=\sqrt{x-1}-x \quad \mathbb{D}_f=[1,\infty[$ hat an $x=1$ ein Randmaximum.	**Ja**	
	Nein	

(12 Punkte)

Aufgabe 3

a) Bestimmen Sie $A\cdot B$ für $A=\begin{pmatrix}4 & -1 & 2\\ 6 & 0 & 1\end{pmatrix}$ und $B=\begin{pmatrix}4 & 5 & 4\\ 1 & 1 & 6\\ 2 & 2 & 3\end{pmatrix}$ *(2 Punkte)*.

b) Welchen Wert muss t haben, damit die Matrix $C=\begin{pmatrix}3 & -5 & 1\\ 2 & t & -8\\ -6 & 0 & 5\end{pmatrix}$ eine Inverse hat? *(4 Punkte)*

c) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem:

$$x+y+z=2$$
$$-x+y+z=-4$$
$$x-2\cdot y+z=-1$$

(6 Punkte)

Aufgabe 4

Eine Firma produziert ein Gut unter vollständiger Konkurrenz. Die Kostenfunktion lautet $K(x) = 400 + \frac{1}{4} \cdot x^2 \quad \mathbb{D}_K = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\}$, wobei x die Produktions- bzw. die Angebotsmenge ist. Der Absatzpreis ist p_x.

a) Stellen Sie die Gewinnfunktion $G(x)$ auf *(2 Punkte).*

b) Ermitteln Sie die gewinnmaximale Produktionsmenge (in Abhängigkeit von p_x) *(4 Punkte).*

c) Bestimmen Sie die Preisuntergrenze *(3 Punkte)*.

d) Erstellen Sie die Angebotsfunktion der Firma, und zeichnen Sie diese für $p_x \leq 50€$ *(3 Punkte).*

Aufgabe 5

Eine statistische Messung brachte für das Merkmal X die folgenden Beobachtungswerte:

2,0 1,6 1,8 2,0 1,4 1,8 1,6 2,0

a) Bestimmen Sie

   a1) den Modus *(1 Punkt)*,

   a2) den Median *(1 Punkt)*,

   a3) die Varianz *(3 Punkte)*.

   Rechnen Sie auf vier Nachkommastellen genau.

b) Bei der Untersuchung eines weiteren Merkmals Y erhielt man $S_Y^{*2} = 1{,}5439$. In welchem Wertebereich liegt die Kovarianz von X und Y, wenn eine stark positive Korrelation vorliegt? Rechnen Sie auf vier Nachkommastellen genau *(7 Punkte)*.